

磐高模試

数学

100分/200点満点

模擬試験の問題および解答解説は著作物です。著作権法で許容される範囲を超えて、それらの掲載内容を無断でコピーするなどの行為は違法であり、これを固く禁じます。

受験上の注意

1. 解答用紙には、出席番号、名前、ふりがなを必ず記入してください。
2. 解答は、必ず解答用紙の所定の解答欄の枠内に収まるように記入してください。
3. 本冊子に落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあった場合は試験監督者に申し出てください。
4. 冊子中の余白は自由に使用して構いません。

1 次の を正しくうめよ。ただし、解答欄には答えのみを記入せよ。

(1) $ab + bc - ca - c^2$ を因数分解すると (ア) となる。また、

$a^4 + 4$ を因数分解すると (イ) となる。

(3) $x = \frac{2}{3 + \sqrt{5}}$ 、 $y = \frac{2}{3 - \sqrt{5}}$ とする。

このとき、 $x^3 + y^3$ の値は (ウ)、 $\sqrt{x} - \sqrt{y}$ の値は (エ) となる。

(4) 実数全体を全体集合とし、 $A = \{x \mid -3 \leq x \leq 5\}$ 、 $B = \{x \mid |x| < 4\}$ 、

$C = \{x \mid k - 7 \leq x \leq k + 3\}$ (k は定数) とするとき、

$A \cap B =$ (オ) であり、 $A \subset C$ となる k の値の範囲は (カ) である。

(5) a 、 b を $a > 0$ 、 $b > 0$ を満たす実数とする。

次の (キ)、 (ク) に当てはまるものを、①～④のうちからそれぞれ

1つ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

$a^2 = b$ であることは、 $a = \sqrt{b}$ であるための (キ) である。また、 $a > b$ である

ことは、 $\frac{b+1}{a+1} > \frac{b}{a}$ であるための (ク) である。

① 必要条件であるが、十分条件ではない

② 十分条件であるが、必要条件ではない

③ 必要十分条件である

④ 必要条件でも十分条件でもない

2 二次関数 $f(x) = x^2 - 2ax + 2a^2 + 3a - 4$ を考える。また、座標平面上に点 A (0, 4)、点 B (-4, 0)、点 C (4, 0) をとる。

(1) $y = f(x)$ のグラフの頂点の座標を a を用いて表せ。

(2) $y = f(x)$ のグラフと $\triangle ABC$ の共有点の個数がちょうど 4 個になるような a の値の範囲を求めよ。

(3) (2) のとき、4 個の共有点のうち少なくとも 1 個は第 1 象限にあることを示せ。

3 〔1〕 次の三角比を 45° 以下の角の三角比で表せ。

(1) $\sin 153^\circ$

(2) $\tan 179^\circ$

〔2〕 $\triangle ABC$ があり、 $a = 7$ 、 $b = 5$ 、 $c = 3$ である

(1) $\cos A$ の値を求めよ。

(2) $\triangle ABC$ の面積を求めよ。また、 $\triangle ABC$ の内接円の半径を r とするとき、 r の長さを求めよ。

(3) $\triangle ABC$ の外接円の中心を O とする。 AO と BC の交点を D とするとき、 $\cos \angle ADB$ の値を求めよ。

4 三角形ABCがあり、Y君は現在、点Aにいる。しばらくすると、AB、BC、CAがそれぞれ $\frac{1}{3}$ の確率で通れなくなり、その後、Y君は点Bに向かって歩いて行こうとする。

(1) 全ての辺が通れなくなる確率を求めよ。

(2) Y君が点Bに行ける確率を求めよ。

(3) 三角形ABCの内部（三角形の辺を含まない）に点Oを取り、点A、B、Cと点Oを結ぶ。Y君が点Bに向かって歩いて行く前に、AO、BO、COもそれぞれ $\frac{1}{3}$ の確率で通れなくなるとき、Y君が点Bに行ける確率を求めよ。

5 数学の世界には様々な定理があるが、その中でもよく使われるものには発見者の名前や、数学の用語にちなんだ名前が付けられていることが多い。これに関して、以下の問いに答えよ。

(1) 次の①～④のうち、「定理」の意味として最も適切なものを1つ選べ。

①用語の意味をはっきり述べたもの。

②証明された真なる命題のこと。

③一定の決まりによって定められる様々な形状のこと。

④その他の命題を導き出すための前提として導入される最も基本的な仮定。

(2) あなたの好きな定理を1つ挙げよ。

(3) (2) で挙げた定理に対して、その内容を説明せよ。

(4) (3) の答えに対して、その証明を与えよ。

〔問題は以上です〕